

ตอนที่ 1

1. ทราบ $2+2^2+2^3+\dots+2^n = 510$

เห็นได้ว่า เป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1=2$ และ $r=2$

ทราบดีว่า ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $\frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = S_n$ เมื่อ $r \neq 1$

$$\frac{2(2^n-1)}{2-1} = 510$$

$$2(2^n-1) = 510$$

$$2^n-1 = 255$$

$$\therefore \text{ทราบ } n=8$$

2. ทราบดีว่า ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ เมื่อ $r \neq 1$

ทราบค่าการ $a_1+a_2+a_3+\dots+a_n+a_{20} = 13$

แทนค่า $13 = \frac{a_1(1-r^{20})}{1-r}$

$$13 - 13r = a_1(1-r^{20}) \quad \dots (1)$$

และทราบค่าการ $a_1-a_2+a_3-a_4+\dots+a_{19}-a_{20} = 17$

แทนค่า $17 = \frac{a_1(1-(-r)^{20})}{1-(-r)}$

$$\frac{a_1(1-r^{20})}{1+r} = 17$$

$$17+17r = a_1(1-r^{20}) \quad \dots (2)$$

จาก (1) และ (2) $17+17r = 13-13r$

$$r = \frac{-2}{15}$$

3. ทราบ $a_{n+2} = 3+a_n$

แทน $n=1 : a_3 = 3+a_1$

$n=2 : a_4 = 3+a_2$

$n=3 : a_5 = 3+a_3 = 3+(3+a_1) = 6+a_1$

$n=4 : a_6 = 3+a_4 = 3+(3+a_2) = 6+a_2$

$n=5 : a_7 = 3+a_5 = 3+(6+a_1) = 9+a_1$

$n=6 : a_8 = 3+a_6 = 3+(6+a_2) = 9+a_2$

\therefore พบ pattern

$$a_1+a_2+a_3+\dots+a_{40} = a_1+a_2+(3+a_1)+(3+a_2)+(6+a_1)+(6+a_2)+\dots (40 \text{ พจน์})$$

$$= 20(a_1+a_2) + 2 \left(\frac{n}{2} (2a_1+(n-1)d) \right)$$

$$= 20(10) + 2 \left(\frac{19}{2} (2 \times 3) + (18 \times 3) \right)$$

$$= 1340 \quad *$$

4. $\frac{11^{100}}{1210} = \frac{(11)^{100}}{10}$ \rightarrow ตัดทอนหน่วยกับการคิดเลข

คูณ 921 ต่อลง

สังเกต $11^1 = 11$

$11^2 = 121$

$11^3 = 1331 \rightarrow 11^{100}$ นัยว่าหน่วย คือ 1

$\therefore 11^{100}/10$ นัยว่าเศษ คือ $11^{100} = 109+1$

ได้ $11^{100} = 12109+121$

\therefore เศษคือ 121

5. ทราบค่าการวงรีทาบ $a^2=25$ $b^2=9$

$$c^2 = a^2 - b^2 = 16 \quad \therefore c=4$$

โฟกัสคือ $F_1(0, 5+4)$ $F_2(0, 5-4)$

$F_1(0, 9)$ $F_2(0, 1)$

ความชันเส้นตรงผ่าน $(0, 9)$ และ $(0, 1)$

เท่ากับ $\frac{9-1}{3-0} = \frac{8}{3}$

ตั้งสมการวงรี
สมการวงรี $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

แทนค่าเส้นตรงที่มี $m = \frac{8}{3}$ ผ่านจุด $(0, 5)$

$$y-5 = \frac{8}{3}(x-0)$$

สมการเส้นตรง $y=mx+c$
 $r=0$ ทราบค่าคงที่ของเส้นตรง

$$4x-3y+15=0$$

ระยะทาง $(3, 1)$ ไปยังเส้นตรง $4x-3y+15=0$

คือ $d = \frac{|4(3) - 3(1) + 15|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$

$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$
 $= \frac{4.8 + 3 + 15}{5} = 2.45$

6. $(f \circ g)'(x) = 3x^2 + 1$

$f \circ g(x) = x^3 + x + c$

$f(x) = 3x + 1$

ทราบ $g(x)$ ทราบ $3(g(x)) + 1 = x^3 + x + c \quad \dots (1)$

ทราบ $g(0) = 1$

$$3(g(0)) + 1 = c$$

$$3(1) + 1 = c \quad \therefore c=4$$

แทนค่า c กลับเข้า ได้ $g(x) = \frac{1}{3}(x^3 + x + 3)$

$$\int_0^1 g(x) dx = \int_0^1 \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 3x \right) dx$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 3 \right) - 0 = \frac{5}{4}$$

ตั้งสมการ $f'(x) = 3x^2 + 1$
 $d=0$

7. $1-x < -\frac{3}{7} < 7-x$

$$1 < -\frac{3}{7} + x < 7$$

ตั้งสมการอสมการ $A < B \therefore A+C < B+C$

$$1 + \frac{3}{7} < x < 7 + \frac{3}{7}$$

\therefore จำนวนเต็มระหว่าง $1\frac{3}{7}$ และ $7\frac{3}{7}$ มี 6 จำนวน

ตั้งสมการ $n(A \cup B) \cup (B-A) =$

8. สมมติ $n(A \cap B) = x$

25% สมาชิกพรรค A เป็นสมาชิกพรรค D

$$\frac{25}{100} n(A) = x \quad n(A) = 4x$$

12.5% สมาชิกพรรค D เป็นสมาชิกพรรค A

$$\frac{12.5}{100} n(D) = x \quad n(D) = 8x$$

จำนวนสมาชิก $(A-B) \cup (B-A)$ เท่ากับ 120

$$n(A-B) \cup (B-A) = 120$$

$$[n(A) - n(A \cap B)] + [n(B) - n(A \cap B)] = 120$$

$$4x - x + 8x - x = 120$$

$$10x = 120$$

$$x = 12$$

และ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 4x + 8x - x = 11(x) = 11 \times 12 = 132$

10. อัตราการเปลี่ยนแปลง $v(t) = 1 + 7t$ $t = \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$ เมื่อ $h \rightarrow 0$

$$= \frac{1}{h} \left[\frac{8}{(t+h)+1} - \frac{8}{t+1} \right] \quad h \rightarrow 0$$

$$= \frac{1}{h} \left[\frac{8t+8-8t-8h-8}{(t+h+1)(t+1)} \right] \quad h \rightarrow 0$$

$$= \frac{-8}{(t+h+1)(t+1)} \quad h \rightarrow 0 \quad \frac{-8}{(t+1)(t+1)}$$

เมื่อ $t=3$ $\frac{-8}{(3+1)(3+1)} = \frac{-8}{16} = -\frac{1}{2}$ กรัฟพิกัด

11. $x \log_5 x^2 = 25$

$$\log_5 x \log_5 x^2 = \log_5 \left(\frac{25}{x^2} \right)$$

$$(\log_5 x^2)(\log_5 x) = \log_5 25 - \log_5 x^2$$

$$(2 \log_5 x)(\log_5 x) = 2 - 2 \log_5 x$$

ให้ $a = \log_5 x$

$$2a \cdot a = 2 - 2a$$

$$2a^2 + 2a - 2 = 0$$

$$(2a-1)(a+2) = 0$$

$$\log_5 x = \frac{1}{2}$$

$$\log_5 x = -2$$

$$x = \sqrt{5}$$

$$x = \frac{1}{25}$$

สูตร $\log_a x^n = n \log_a x$

$$\log_a \left(\frac{M}{N} \right) = \log_a M - \log_a N$$

12. การหาซื้อ

ทุเรียน 100 บาท ได้กำไร 40% ขาย 140 บาท

ทุเรียน 800 บาท ได้กำไร 40% ขาย $\frac{140 \times 800}{100} = 1120$ บาท

รวมทุเรียน 50 บาท คิดกำไร 50% ขาย 75 บาท

รวมทุเรียน 1120 บาท คิดกำไร 50% ขาย $\frac{100 \times 1120}{50} = 2240$ บาท

13. มีเงินจำนวน $\frac{N+1}{2} = 20.5$ \rightarrow $N = 40$ \rightarrow $\frac{40+1}{2} = 20.5$

15. $n(S) = 21 \times 20 = 420$

$$n(E) = 8 \times 7 = 56$$

$$\frac{56}{420} = \frac{2}{15}$$

16. $n(S) = 99$

$n(E)$ 10. เลขคู่ที่ 60 คู่ \rightarrow 60 คู่

6 คู่ เลขคี่ \rightarrow 6 คู่

รวม 14 คู่

$$\therefore \text{การหารัง} = \frac{14}{99}$$

20. 110 บาท หาร 50 ได้ $50 = 2 \times 5^2$

600 บาท $600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$

1: ได้ 2 $2 \times 3 \times 5^2$

0: ได้ $2^3 \times 5^2$

$$a+b = 130 + 200 = 330$$